POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Cahier d'examen

MTH1008

Sigle du cours

12

Identification de l'étudiant(e)			
Nom : Desroches		Prénom : Olivier	
Signature : Olivier Desroches		Matricule : 2310174	Groupe : 9

Réservé	
1. 2,5	/3
2. 1	/2
3. 1,75	/4
4. 2.5	/3
5. 2	/4
6. 4	/4
TOTAL:	
13,75	/20

Sigle et titre du cours			
MTH1008 – Algèbre linéaire appliquée			
Professeur		Groupe	Trimestre
Houda Trabelsi		TOUS	Automne 2024
Jour	Date	Durée	Heures
Dimanche	17 novembre 2024	2 heures	13h00 à 15h00

Documentation	Calculatrice	Outils électroniques
☒ Aucune ☐ Toute ☒ Voir directives particulières	Non-programmable permise (AEP)	Les appareils électroniques personnels sont interdits.

Directives particulières

1- **Le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen. Si vous estimez que vous ne pouvez pas répondre à une question pour diverses raisons, veuillez le justifier puis passer à la question suivante.**

2- **Répondez directement sur le cahier dans les sections réservées à chaque question.**

3- **3 pages supplémentaires sont disponibles à la fin du cahier.**

4- **Écrivez votre démarche et vos réponses AU RECTO SEULEMENT. Le verso ne sera ni numérisé , ni corrigé.**

Cet examen contient 6 questions sur un total de 24 pages

(Excluant cette page).

La pondération de cet examen est de 20 %

Vous devez répondre sur : ☐ le questionnaire ☒ le cahier ☐ les deux

Vous devez remettre le questionnaire : ☒ oui ☐ non

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

QUESTION # 1 (3 points) $\frac{2,5}{3}$

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & K & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ K & K & -2 \end{pmatrix}$

$L_3 \leftarrow L_3 - KL_1$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & K & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & K-K^2 & -2 \end{pmatrix}$

$K(1-K)$

$L_3 \leftarrow L_3 - (1-K) \cdot L_2$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & K & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \cancel{K-3} \end{pmatrix}$

$\frac{1}{1,5}$

$K-3=0$
$K=3$

Lorsque $K=3$
la dernière ligne de la matrice devient que des 0 et donc le rang de la matrice devient 2 et la dimension de l'espace des lignes reste 3
Pourtante autre valeur de K, le rang est 3 et la dimension de l'espace des lignes restes 3

2. $\begin{pmatrix} 1 & K & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ K & K & -2 \end{pmatrix}$?!

lorsque $K=5$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$C_2 \leftarrow C_2 - 5C_1$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & -20 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$C_3 \leftarrow C_3 - C_2$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -20 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Le $Ker(A)$ est vect$\{\vec{0}\}$ car la matrice est composé de 3 vecteurs indépendants et elle est de rang 3

$\frac{0,75}{0,75}$

QUESTION # 1 (suite)

3. A avec $K=2$

?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$C_2 \leftarrow C_2 - 2C_1$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$C_3 \leftarrow C_3 - C_2$
$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Im(A)

une base de l'image de A avec $K=2$
est $Im(A) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$

$\frac{0,75}{0,75}$

QUESTION #1 (suite)

QUESTION # 2 (2 points)

$e_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $e_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $e_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ => base canonique

$$T(x) \Rightarrow \left(T\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, T\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, T\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)$$

$$= \begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\-1 & 1 & 0\\0 & -1 & 1\end{pmatrix} = A$$

0,5/0,5

Voici la matrice canoniquement associée à T

2. Ker(A)?

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\-1 & 1 & 0\\0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

0/0,5

$C_2 \leftarrow C_2 - 2C_1$

$$\sim \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\-1 & 3 & 0\\0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

non $\vec{0} \in \ker A$
donc $\ker A \neq \emptyset$

Le noyau de A est l'ensemble vide car A est composé de 3 vecteurs linéairement indépendant et A est de rang A

A est de rang A ??

3. Comme vu plus haut, la matrice A est équivalente à $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\-1 & 3 & 0\\0 & -1 & 1\end{pmatrix}$ puisque que c'est trois vecteurs linéairements indépendants, on peut dire que l'Im(A) $= \left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\3\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$ et est de dimension 3 dans $\mathbb{R}^3$

Vect Une base est donc...

0,25/0,5

QUESTION # 2 (suite)

bah je croyais que vous avez dit qu'il était vide?

T

4. Puisque le $Ker(A) = \{\vec{0}\}$ on peut dire que ~~la matrice~~ est injective et la dimension de l'image est 3 et la dimension de A est 3 ce qui implique ~~la matrice~~ est surjective.

T

0,25/0,5

1/2

QUESTION # *2* **(suite)**

<u>QUESTION # 3</u> (4 points)

0/1.

1. Vrai car Posons A une matrice inversible.
A peut se faire échelonner sous la forme $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & x_4 & x_5 \\ 0 & 0 & x_6 \end{pmatrix}$
et ~~toute matrice triangulaire est nécessairement diagonalisable~~ NON.

0,5/0,5.

2. Vrai Pour une matrice A de rang n, cela veut dire que la matrice contient n pivot et donc puisqu'il y a au maximum 1 pivot par colonne, la matrice A contient au moins n colonne et donc le rang est ≤ au nombre de colonne

3. Vrai Posons A une matrice inversible avec D sa forme diagonalisé

0,25/0,5

que s'écrit $D = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 \end{pmatrix}$ $A = PDP^{-1} \Rightarrow A^{-1} = PD^{-1}P^{-1}$ toujours

$D^{-1} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $L_2 \leftarrow L_2 / x_2$, $L_1 \leftarrow L_1 / x_1$, $L_3 \leftarrow L_3 / x_3$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x_3} \end{pmatrix}$ si A n'est pas diagonalisable ?

$\uparrow D^{-1}$

Sachant que la matrice D est formé des valeurs propre de A et que la matrice D^{-1} est formé des valeurs propres de A^{-1}
x_1 avec A et x_1^{-1} avec A^{-1} ∴ CQFD

4. Vrai si A rang 3 alors A peut s'écrire $A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
et lorsque qu'on pose = 0, il y a forcément un résultat différent que le résultat triviale puisque tu as 4 variables pour 3 équations OK.

0,5/0,5.

QUESTION # 3 **(suite)**

5. Vrai prenons n vecteurs linéairements indépendants dans la dimension n. par définition, tout vecteur dans la dimension n peut s'écrire avec une combinaison linéaire des n vecteurs indépendant donc aucun autre vecteur peut être indépendant.

0,5/0,5

6. Vrai prenons A et B deux matrice avec le même polynome caractéristique

0/1.

QUESTION # 3 (suite)

QUESTION # 4 (3 points)

2.5/3

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$0 = \det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 0 & 1 & 2-\lambda \end{pmatrix}$$

$$= 3-\lambda\left((2-\lambda)(2-\lambda)-1\right)$$

$$= 3-\lambda\left(4-4\lambda+\lambda^2-1\right)$$

$$= 3-\lambda\left(\lambda^2-4\lambda+3\right)$$

$$= (3-\lambda)\left((\lambda-3)(\lambda-1)\right)$$

$$= -(\lambda-3)(\lambda-3)(\lambda-1)$$

$$0 = -(\lambda-3)^2(\lambda-1)$$

$$\lambda = 3 \quad \text{ou} \quad \lambda = 1$$

Les valeurs propres sont 3 et 1. 3 à une multiplicité algébrique de 2 et 1 à une multiplicité algébrique de 1.

$\frac{0.75}{0.75}$

QUESTION # 4 (suite)

2. $E_3 \Rightarrow Ker(A-3I)$

$$A-3I = \begin{pmatrix} 3-3 & 0 & 0 \\ 0 & 2-3 & 1 \\ 0 & 1 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ker ?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Permutation de colonne

$C_3 \Leftrightarrow C_1$ $\sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$C_2 \leftarrow C_2 + C_1$ $\sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \boxed{\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{matrix}} \\ 0 & \\ 1 & \end{pmatrix}$

Ker(A-3I)

Base de E_3 ?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$L_1 \leftarrow L_1 - L_2$ $\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Base de E_3 ?

$\frac{0.75}{1}$

$E_1 \Rightarrow Ker(A-1I)$

$$A-1I = \begin{pmatrix} 3-1 & 0 & 0 \\ 0 & 2-1 & 1 \\ 0 & 1 & 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ker ?

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$C_3 \leftarrow C_3 - C_2$ $\sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \boxed{0} \\ 0 & 1 & \boxed{-1} \\ 0 & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$

Ker(A-1I)

explicite la réponse

Base de E_1 = ?

$\frac{0.25}{0.5}$

QUESTION # 4 (suite)

3. A est diagonalisation car pour chaque valeur propre, leur multiplicité algébrique et géométrique sont égaux. Quand $\lambda=3$ algé $=2$ et $\dim(\operatorname{Ker}(A-3I))=2$ et si $\lambda=1$ algé $=1$ et $\dim(\operatorname{Ker}(A-1I))=1$

$$D=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&1\end{pmatrix} \qquad P=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&-1\\1&0&1\end{pmatrix}$$

$$P^{-1} \Rightarrow \begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&-1\\1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$L_2 \leftrightarrow L_1 \quad \sim \begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

0.75
0.75

$$L_3 \leftarrow L_3-L_1 \quad \sim \begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$$

$$L_1 \leftarrow 2L_1 \quad \sim \begin{pmatrix}2&0&-2\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&0\\1&0&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$$

$$L_1 \leftarrow L_1+L_3 \quad \sim \begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$$

$$L_1 \leftarrow \frac{L_1}{2}, \quad L_3 \leftarrow \frac{L_3}{2} \quad \sim \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\1&0&0\\0&\frac{-1}{2}&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

✓

$$P^{-1}=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\1&0&0\\0&\frac{-1}{2}&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

QUESTION # 4 (suite)

QUESTION # 5 **(4 points)**

2

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A-\lambda I) = \det\begin{pmatrix} 2-\lambda & -3 \\ 1 & 2-\lambda \end{pmatrix} = 0$

$$= (2-\lambda)(2-\lambda)+3$$

$$= 4-4\lambda+\lambda^2+3$$

$$= \lambda^2-4\lambda+7 = 0$$

$$\frac{b^{\cancel{2}} \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{(-4)^{\cancel{2}} \pm \sqrt{-4^2-4\cdot1\cdot7}}{2\cdot1}$$

$$= \frac{(-4)^2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

0,5/1

$$= \frac{(-4)^2+\sqrt{-12}}{2} \qquad ; \qquad \frac{(-4)^2-\sqrt{-12}}{2}$$

$$= \frac{16}{2} + \frac{\sqrt{12}\,i}{2} \qquad ; \qquad \frac{16}{2} - \frac{\sqrt{12}\,i}{2}$$

$$= 8+\sqrt{3}\,i \qquad ; \qquad = 8-\sqrt{3}\,i$$

$8+\sqrt{3}\,i$ et $8-\sqrt{3}\,i$ sont les valeurs propres de A dans $\mathbb{C}$

QUESTION # 5 (suite)

2. $\frac{1}{1-i} = \frac{1\cdot(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{(1+i)}{(1+i-i-i\cdot i)} = \frac{1+i}{1+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

$\frac{1+i}{1-i} = (1+i)\cdot\frac{1}{(1-i)} = (1+i)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right) = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}i+\frac{1}{2}i+\frac{1}{2}i^2$

$= 0+1i$ ✓ 1/1

3.

$z^4 = \sqrt[4]{-16}^4 = |z|\, e^{i\theta}$ $\quad \sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{-1}$

$= -16 = 16\, e^{i\pi}$

$\theta = \frac{z}{|z|} = \frac{-16}{16} = -1$

$\cos ? = -1$

$\cos(\pi) = -1$

$\theta = \pi$ ✓

$z = (16\, e^{i\pi})^{-4}$

$= \sqrt[4]{16}\ e^{\frac{-i\pi}{4}\cdot k\pi}$

$k=0 \rightarrow \sqrt[4]{16}$

$k=1 \rightarrow \sqrt[4]{16}\ e^{\frac{-i\pi^2}{4}}$ ✓

$k=2 \rightarrow \cancel{\sqrt[4]{16}\ e^{\frac{-2i\pi^2}{4}}}$

$k=3 \rightarrow \sqrt[4]{}\ \ e^{\frac{-3i\pi^2}{4}}$ ✓

0,5/1

QUESTION # 5 (suite)

$\Theta = \frac{2}{|2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $(1+i) = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow (1+i)^5 = \left(\sqrt{2} \cdot e^{\frac{i\sqrt{2}}{2}}\right)^5 = \left(\sqrt{2}^5 \cdot e^{\frac{i5\sqrt{2}}{2}}\right) =$

0/1

QUESTION # 5 (suite)

QUESTION # 6 **(4 points)**

1. $\mathcal{B} = (b_1, b_2, b_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Trois vecteurs linéairements indépendants qui engandre un espace de dim 3

Il y a 3 pivots pour une matrice de rang 3

2. $(C \mid B) \Rightarrow (I \mid P_{C \leftarrow B})$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Autre page
$\hookrightarrow$

✓

QUESTION # 6 (suite)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$L_1 \leftarrow L_1 + L_2 \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 - 2L_3 \\ L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$P_{C \leftarrow B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

✓

QUESTION # 6 (suite)

3. $P_{D\leftarrow B} = Q = \left([b_1]_D, [b_2]_D, [b_3]_D\right)$

$$P_{B\leftarrow D} = Q^{-1} = \left([d_1]_B, [d_2]_B, [d_3]_B\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = -1b_1 - 1b_2 + b_3 \qquad d_1 = -1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \qquad d_1 = \begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$$

$$d_2 = b_1 + 2b_2 - b_3 \implies d_2 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \implies d_2 = \begin{pmatrix}0\\-1\\2\end{pmatrix}$$

$$d_3 = -1b_2 + b_3 \qquad d_3 = -1\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} \qquad d_3 = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

$$D = (d_1, d_2, d_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

4.

$$[z]_D = \begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$$

$$[z]_B = P_{B\leftarrow D}[z]_D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$$

$$[z]_B = \begin{pmatrix}-5\\-8\\6\end{pmatrix}$$

QUESTION # 6 (suite)

Page supplémentaire

Page supplémentaire

Page supplémentaire